

1. Formalmente, ¿qué es un conjunto difuso? ¿cómo se representaría el conjunto difuso vacío? (1pt)

2. Intuitivamente, ¿qué es un conjunto difuso? ¿cuál es su utilidad? (1pt)

3. Considerando el universo al intervalo $U = [0, 5]$ considere los siguientes conjuntos difusos definidos por

$$A(x) = \begin{cases} \frac{x}{4} & \text{si } 0 \leq x < 2, \\ \frac{1}{4} & \text{si } 2 \leq x < 3, \\ \frac{3x}{4} - 2 & \text{si } 3 \leq x < 4, \\ 1 & \text{si } 4 \leq x \leq 5, \end{cases} \quad B(x) = \begin{cases} -\frac{x}{4} + \frac{1}{2} & \text{si } 0 \leq x < 2, \\ 0 & \text{si } 2 \leq x \leq 3, \\ \frac{1}{2} & \text{si } 3 < x < 4, \\ \frac{x}{2} - \frac{3}{2} & \text{si } 4 \leq x \leq 5. \end{cases}$$

Dibujar y expresar $A \cap B$ y A^c . ¿Cuál es el grado de pertenencia del punto 2,5 al conjunto A ? (3pt)

4. Dibujar y escribir un conjunto difuso que exprese la idea de "cielo muy nublado" dependiendo de la densidad de nubes en el cielo. Utilice el universo de porcentajes $U = [0, 100]$. (1pt)

5. Considere los universos $U = \{a, b, c, d\}$ y $V = \{x, y, z\}$. Dados los conjuntos difusos

$$A = \left\{ \frac{0,5}{a} + \frac{0,3}{c} + \frac{0,1}{d} \right\} \quad B = \left\{ \frac{0,2}{x} + \frac{0,8}{y} + \frac{0,2}{z} \right\}$$

Expresar el conjunto $A \times B$ en forma matricial. (2pt)

6. Considere los universos $U = \{a, b, c, d\}$, $V = \{x, y, z\}$ y $W = \{m, n, o, p\}$, Considere relaciones $R \subseteq U \times V$ y $S \subseteq V \times W$ dadas por

$$R = \begin{pmatrix} 1,0 & 0,1 & 0,5 \\ 0,2 & 0,0 & 0,2 \\ 0,0 & 0,7 & 0,5 \\ 0,8 & 0,3 & 0,9 \end{pmatrix} \quad S = \begin{pmatrix} 0,0 & 0,8 & 0,1 & 0,0 \\ 0,6 & 0,1 & 0,3 & 0,5 \\ 1,0 & 0,2 & 0,9 & 0,7 \end{pmatrix}$$

¿Cuál es el nivel de pertenencia de (b, z) a R ? ¿Qué conjunto puede formarse, $R \circ S$ o $S \circ R$? Calcule el que se puede formar.

7. Dado el universo $U = \{u, v, w\}$, considere la siguiente relación

$$S = \begin{pmatrix} 1,0 & 0,8 & 1,0 \\ 0,8 & 1,0 & 0,2 \\ 1,0 & 0,2 & 1,0 \end{pmatrix}.$$

¿Es S una relación de tolerancia?, ¿es de equivalencia? De no se una relación de equivalencia, construir, a partir de S , una relación que sí lo sea. (1.5pt)

1. Dado el universo $U = [0, 8]$, dibujar un conjunto difuso que cumpla las siguientes características: (1pt)

- Soporte: $(0, 4) \cup (5, 6) \cup (7, 8]$.
- Núcleo: $[1, 3] \cup (5, 6) \cup \{8\}$.
- Frontera: $(0, 1) \cup (3, 4) \cup (7, 8)$.

2. Dado el universo $U = [0, 7]$, dibujar el siguiente conjunto difuso (1.5pt)

$$A(x) = \begin{cases} 0,5x & \text{si } x < 2, \\ 1 & \text{si } 2 \leq x \leq 4, \\ -0,5x + 2,5 & \text{si } 4 < x < 5, \\ 0 & \text{si } 5 \leq x < 6, \\ 0,8x - 4,8 & \text{si } 6 \leq x \leq 7 \end{cases}$$

y encontrar A_1 , $A_{0,5}$ y $A_{0,2}$.

Demostración. ▪ $A_1 = [2, 4]$

- $A_{0,5} = [1, 4] \cup [6, 25, 7]$
- $A_{0,2} = [0, 4, 4, 6] \cup [6, 25, 7]$

□

3. Sobre el universo $U = \{a, b, c, d\}$, escribir una relación difusa R , no trivial, que sea de tolerancia. Determinar si es de equivalencia. Hallar $R_{0,3}$ y determinar si esta es de equivalencia. (1pt)

Demostración. Matriz de simétrica y con unos en la diagonal de 4×4 .

□

4. El nivel de agrado de una serie de televisión se mide bajo el universo $U = \{a, b, c, d\}$, donde a representa a los espectadores de menos de 15 años, b a los que tienen entre 15 y 25 años, c a los que tienen entre 25 y 35 años y d a los que tiene más de 35 años. El impacto del de la serie se mide en el universo $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, donde 1 indica bajo impacto y 5 el mayor impacto. Datos revelaron que la primera temporada de la serie "Stranger Things" tuvo un agrado en las personas dado por

$$A = \left\{ \frac{0,1}{a} + \frac{0,5}{b} + \frac{0,9}{c} + \frac{0,7}{d} \right\},$$

con lo cual se obtuvo un impacto en el mercado de

$$B = \left\{ \frac{0,1}{2} + \frac{0,5}{3} + \frac{0,8}{4} + \frac{0,7}{5} \right\}.$$

Si la segunda temporada tiene un agrado de

$$A' = \left\{ \frac{0,2}{a} + \frac{0,6}{b} + \frac{0,9}{c} + \frac{0,8}{d} \right\},$$

utilizar razonamiento aproximado para determinar el posible impacto en el mercado. (1.5pt)

Demostración. Se tiene

$$A \times B = \begin{pmatrix} 0 & 0,1 & 0,1 & 0,1 & 0,1 \\ 0 & 0,1 & 0,5 & 0,5 & 0,5 \\ 0 & 0,1 & 0,5 & 0,8 & 0,8 \\ 0 & 0,1 & 0,5 & 0,7 & 0,7 \end{pmatrix}$$

con lo cual

$$B' = \{0,5 \ 0,5 \ 0,5 \ 0,8 \ 0,7\}.$$

□

5. Mediremos el nivel de "afecto" que te tiene una persona en el universo $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ donde 0 representa nada de afecto y 5 el máximo afecto. El conjunto A que representa la idea de que esa persona "te quiere" está dado por

$$A = \left\{ \frac{0,5}{3} + \frac{0,8}{4} + \frac{1,0}{5} \right\}.$$

El conjunto B que representa la idea de que esa persona "te odie" está dado por

$$B = \left\{ \frac{1,0}{0} + \frac{0,8}{1} + \frac{0,7}{2} + \frac{0,5}{2} \right\}.$$

Representar los conjuntos difusos que representen la idea de

- a) Te quiere mucho.
- b) Te odia poco.
- c) No te quiere mucho.
- d) No te odia.
- e) Te quiere poco pero no te odia mucho.

(1.5pt)

Demostración. a) $\left\{ \frac{0}{0} + \frac{0}{1} + \frac{0}{2} + \frac{0,25}{3} + \frac{0,64}{2} + \frac{1}{2} \right\}$

b) $\left\{ \frac{1}{0} + \frac{0,89}{1} + \frac{0,83}{2} + \frac{0,71}{3} + \frac{0}{2} + \frac{0}{2} \right\}$

c) $\left\{ \frac{1}{0} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{0,75}{3} + \frac{0,36}{2} + \frac{0}{2} \right\}$

□

6. Dado el siguiente conjunto difuso

$$A(x) = \begin{cases} \frac{x}{4} & \text{si } 0 \leq x < 2, \\ \frac{1}{4} & \text{si } 2 \leq x < 3, \\ \frac{3x}{4} - 2 & \text{si } 3 \leq x < 4, \\ 1 & \text{si } 4 \leq x \leq 5, \end{cases}$$

desdifusificarlo utilizando el método de centro de masas.

(1pt)

Demostración. $x^* = 3,39$

□

1. ¿Qué es, formalmente, un conjunto difuso? Explique claramente la motivación para utilizar estos conjuntos. (1pt)

Demostración. Es una función del universo en el intervalo $[0, 1]$. Es un conjunto en el cual la relación de pertenencia no está bien definida. □

2. Considerando el universo al intervalo $U = [0, 5]$ considere los siguientes conjuntos difusos definidos por

$$A(x) = \begin{cases} \frac{x}{4} & \text{si } 0 \leq x < 2, \\ \frac{1}{4} & \text{si } 2 \leq x < 3, \\ \frac{3x}{4} - 2 & \text{si } 3 \leq x < 4, \\ 1 & \text{si } 4 \leq x \leq 5, \end{cases} \quad B(x) = \begin{cases} -\frac{x}{4} + \frac{1}{2} & \text{si } 0 \leq x < 2, \\ 0 & \text{si } 2 \leq x \leq 3, \\ \frac{1}{2} & \text{si } 3 < x < 4, \\ \frac{x}{2} - \frac{3}{2} & \text{si } 4 \leq x \leq 5. \end{cases}$$

Dibujar y expresar $A \cap B$ y A^c . ¿Cuál es el grado de pertenencia del punto 2,5 al conjunto A ? (2pt)

Demostración. La unión está dada por

$$A \cap B(x) = \begin{cases} -\frac{x}{4} + \frac{1}{2} & \text{si } 0 \leq x < 1, \\ \frac{x}{4} & \text{si } 1 \leq x < 2, \\ \frac{1}{4} & \text{si } 2 \leq x < 3, \\ \frac{1}{2} & \text{si } 3 \leq x < 10/3, \\ \frac{3x}{4} - 2 & \text{si } 3 \leq x \leq 4, \\ 1 & \text{si } 4 \leq x \leq 5. \end{cases}$$

El complemento

$$A^c(x) = \begin{cases} 1 - \frac{x}{4} & \text{si } 0 \leq x < 2, \\ 1 - \frac{1}{4} & \text{si } 2 \leq x < 3, \\ 2 - \frac{3x}{4} & \text{si } 3 \leq x < 4, \\ 0 & \text{si } 4 \leq x \leq 5, \end{cases}$$

□

3. Con el enunciado del conjunto anterior, calcular $A_{0,3}$. (1pt)

Demostración. $A_{0,2} = [1,2,2] \cup [3,0,6,5]$ □

4. Una amiga tuya te comenta que tiene 4 pretendientes (a los cuales, para proteger su identidad, los llamaremos a, b, c, d) y no sabe por cuál de ellos decidirse para empezar una relación. Tú le propones utilizar tu conocimientos en lógica difusa para que pueda tomar la decisión. Se van a centrar en tres cualidades de los pretendientes: *inteligente*, *atractivo* y *divertido*. Pides a tu amiga que los clasifique según estas características y obtienes los siguientes datos:

- Inteligente: $A = \left\{ \frac{0,5}{a} + \frac{0,8}{b} + \frac{1,0}{c} + \frac{0,3}{d} \right\}$.
- Atractivo: $B = \left\{ \frac{0,7}{a} + \frac{0,6}{b} + \frac{0,6}{c} + \frac{0,9}{d} \right\}$.
- Divertido: $C = \left\{ \frac{0,4}{a} + \frac{0,7}{b} + \frac{0,1}{c} + \frac{0,7}{d} \right\}$.

Luego de conversar profundamente, llegan a la conclusión que tu amiga desea una persona:

- inteligente y muy divertida; o
- poco inteligente pero muy atractiva.

Determina un conjunto difuso que englobe esta idea y tomando el máximo de este conjunto ayuda a tu amiga a elegir a su futura pareja. (2pt)

Demostración. El conjunto es

$$\left\{ \frac{0,49}{a} + \frac{0,49}{b} + \frac{0,36}{c} + \frac{0,54}{d} \right\}$$

La mejor opción es d . □

5. Demuestras que la función definida por

$$x \triangle y = \frac{xy}{x + y - xy}$$

es una t -norma y que

$$\eta(x) = \sqrt{1 - x^2}$$

es una negación fuerte. Calcular la t -conorma asociada y la implicación asociada. (3pt)

Demostración. ■ Demostrar las 3 reglas de t -norma.

- Demostrar las 4 reglas de negación.
 - Calcular la t -conorma asociada.
 - Calcular la implicación asociada.
-

6. Considera las siguientes tres asignaturas: *lógica difusa*, *cálculo diferencias*, *cálculo proposicional*. Establece los conjuntos difusos que establezcan las siguientes propiedades: *difícil*, *divertida*, *aburrida*, *calidad del docente*. Con esta información, clasifica a las materias por su similitud. (3pt)

Demostración. ■ Elaborar el conjunto.

- Elaborar la matriz de similitud.
 - Elaborar la matriz de equivalencia.
 - Realizar el λ -corte.
 - Realizar la clasificación.
-