PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR
CÁLCULO INTEGRAL • PRUEBA NO. 1

3 de mayo de 2017 *Mat. Andrés Merino*

1. Calcular las siguientes integrales

   a) $\displaystyle\int x^2 e^{x^3}\, dx.$

   b) $\displaystyle\int e^x \cos(3x)\, dx.$

   c) $\displaystyle\int \operatorname{sen}^3(x)\, dx.$

   d) $\displaystyle\int x \operatorname{sen}^3(x)\, dx.$

   e) $\displaystyle\int \frac{x^2}{x^2+2x+5}\, dx.$

   f) $\displaystyle\int \frac{x}{x^2-6x+9}\, dx.$

   g) $\displaystyle\int \frac{x+5}{x^2+x-2}\, dx.$

   h) $\displaystyle\int \sqrt{3-x^2}\, dx.$

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR

CÁLCULO INTEGRAL • EXAMEN NO. 1

15 de mayo de 2017 — Mat. Andrés Merino

1. Calcular las siguientes integrales

   a) $\displaystyle\int x^2 \tan(x^3)\, dx.$ (1pt)

   b) $\displaystyle\int e^{2x} \operatorname{sen}(3x)\, dx.$ (1pt)

   c) $\displaystyle\int \cos^3(x)\, dx.$ (1pt)

   d) $\displaystyle\int x \operatorname{sen}(x)\, dx.$ (1pt)

   e) $\displaystyle\int \frac{x^2+1}{x^2+2x+7}\, dx.$ (1pt)

   f) $\displaystyle\int \frac{x+2}{x^2+3x-4}\, dx.$ (1.5pt)

   g) $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{(x^2+3)^5}}\, dx.$ (2pt)

   h) $\displaystyle\int \frac{1}{3+2\cos(x)+\operatorname{sen}(x)}\, dx.$ (2pt)

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR
CÁLCULO INTEGRAL • PRUEBA NO. 2

12 de junio de 2017 Mat. Andrés Merino

1. Calcular $\displaystyle\int_0^4 xe^{x^2}\,dx$.
2. Calcular $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{\ln(x)}{x^2}\,dx$.
3. Determine el mínimo valor de n necesario para calcular una aproximación de 3 cifras decimales exactas, con el método de Simpson, de
$$\int_1^3 \frac{3}{2+x^2}$$
4. Calcular el área comprendida por la función $r(\theta) = \cos(3\theta)$ con θ en el intervalo $[\pi/6, \pi/2]$.
5. Calcular el área comprendida entre las gráficas de las funciones $f(x) = x^2 - 6$ y $g(x) = x$ con x en el intervalo $[1, 4]$.
6. Calcular el volumen del sólido de revolución generado por las gráficas de las funciones $f(x) = \sqrt{1-x}$ y $g(x) = \sqrt{x}$, en el intervalo $[0, 1]$, al girar en el eje x.
7. La base de un sólido es la región limitada por las gráficas de las funciones $f(x) = 2x^2$ y $g(x) = 8$, y tiene semicírculos como sección transversal al realizar cortes perpendiculares al eje x.
8. Deducir la fórmula de la longitud de arco de la gráfica de la función f en el intervalo $[a, b]$.

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR
CÁLCULO INTEGRAL • EXAMEN NO. 3

27 de junio de 2017 *Mat. Andrés Merino*

1. Calcular $\int_0^{\sqrt{\pi}} x \operatorname{sen}(x^2)\, dx$.
2. Calcular $\int_1^{+\infty} \frac{\ln(x)}{x^3}\, dx$.
3. Hallar el área delimitada por las funciones $f(x) = \cos(x)$ y $g(x) = \frac{1}{2}$ en el intervalo $[0, \frac{\pi}{2}]$.
4. Hallar la longitud de la gráfica de la función $f(x) = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln(x)}{2}$ en el intervalo $[1, 2]$.
5. La base de un sólido es un semicírculo de radio 2 y las secciones transversales perpendiculares al eje x son semicírculos. Calcular el volumen del sólido.
6. Deducir la fórmula de la masa de una platina con densidad variable en el eje x, definida por $\delta(x)$, delimitada por las funciones f y g en el intervalo $[a, b]$.
7. Calcular el centro de masa de una platina limitada por las gráficas de las funciones $f(x) = x^2$ y $g(x) = \sqrt{x}$ en el intervalo $[0, 1]$.
8. La pared lateral de un reservorio tiene la forma de la gráfica de $y = \sqrt{x}$, en el intervalo $[0, 100]$. Si se llena el reservorio con gasolina. calcular la fuerza ejercida sobre dicha pared.
9. Determinar si el siguiente límite existe: $\lim\limits_{(x,y)\to(0,-1)} \frac{x^4 y + x^4}{x^8 + (y+1)^2}$.

Pontificia Universidad Católica del Ecuador
Cálculo Integral • Prueba No. 3

24 de julio de 2017 Mat. Andrés Merino

1. Dada la función definida por $f(x, y) = \cos(xy) + x$:
   - calcular el gradiente en un punto (x, y);
   - calcular la derivada en la dirección $u = (1, 1)$;
   - hallar el plano tangente a la gráfica en el punto $(0, 0)$; y
   - en le punto $(0, 0)$, ¿en qué dirección tiene la función un decrecimiento máximo?
2. Dada la función $f(u, v, w) = uv + 2uw^2 - 3v^3w$, calcular la matriz hessiana en el punto (u, v, w).
3. El glaciar de un volcán tiene forma de un cono perfecto cuya base tiene un radio de 1km y una altura de 300m, además, su espesor es de 5 metros. Si su diámetro exterior se reduce a una razón de 10cm por año y su altura lo hace de igual manera, ¿con qué velocidad se reduce el volumen de hielo del glaciar?
4. Supóngase que se tienen las siguientes relaciones

   $$z = \sqrt{u^2 + 2v^2 + 3w^4}$$

   y

   $$u = r\cos(\theta), \qquad u = r\,\mathrm{sen}(\theta), \qquad u = r\theta;$$

   calcular la derivada de z con respecto a r.
5. Determine los máximos, mínimos y puntos silla de la función definida por $f(x, y) = x^3 - 6xy + 8y^3$.
6. Maximizar la función $f(x, y) = x^2y$ bajo la restricción $x^2 + y^2 = 1$

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR
CÁLCULO INTEGRAL • EXAMEN NO. 3

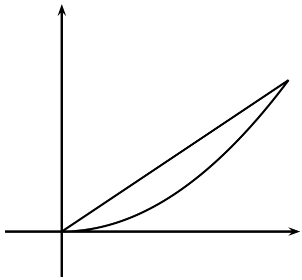
31 de julio de 2017

1. Calcular $\int xe^{x^2}\operatorname{sen}(2x^2)\,dx$.

2. La base de un sólido es la figura indicada en la siguiente gráfica, cuyos límites son las gráficas de las funciones definidas por

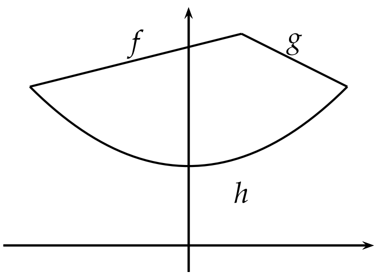
$$f(x) = \frac{x}{2} \qquad \text{y} \qquad g(x) = \frac{x^2}{4}.$$

Si las secciones transversales perpendiculares al eje x son semicírculos, calcular su volumen.



3. Calcular el centro de masa una platina de densidad contante cuya figura está dada por la gráfica de las funciones definidas por

$$f(x) = \frac{15+x}{4}, \qquad g(x) = \frac{9-x}{2}, \qquad h(x) = \frac{x^2+9}{6}.$$



4. Calcular $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{\ln(x)}{x^4} dx$.

5. Dada la función definida por

$$f(x,y) = xy + \operatorname{sen}(x^2 y),$$

calcular $\dfrac{\partial f}{\partial x}$, $\dfrac{\partial f}{\partial y}$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}$ y $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$.

6. Deducir la fórmula del volumen de revolución que se obtiene al rotar las gráficas de las funciones f y g, en el intervalo $[a,b]$, alrededor del eje x.

7. Calcular $\displaystyle\iint_D x^3 dA$, donde D está definido por

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; 1 \leq x \leq e, \quad 0 \leq y \leq \ln(x)\}.$$

8. Derivar la función definida por $f(x) = \left(\displaystyle\int_0^{x^2} \frac{1}{a + bt + ct^2} dt \right)^5$.

$\aleph_0$